

Ad-Soyad:

CEVAP ANAHTARI

Numara:

19.10.2026

MAT 201 Lineer Cebir I Kısa Sınav Soruları

Not: Sınav süresi 30 dakikadır. Başarılar dilerim.

1) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ olmak üzere

a) AB b) $B^T A^T$ c) $AB - B^T A^T$

matrislerini hesaplayınız. Tanımlı olmayan işlemleri belirtiniz (45 p).

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ matrisinin satırca indirgenmiş basamaklı halini bulunuz (40 p).

3) A ve B $n \times n$ lik alt üçgensel matris olmak üzere AB matrisinin alt üçgensel matris olduğunu gösteriniz (15 p).

CEVAPLAR

1) a) $AB = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ b) $B^T A^T = (AB)^T = \begin{bmatrix} -5 & 3 \end{bmatrix}$

c) AB 2×1 lik, $B^T A^T$ 1×2 lik $\Rightarrow AB - B^T A^T$ tanımlı değildir.

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 4 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow[R_1+R_3]{R_1+R_2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow[-2R_2+R_3]{-R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow{\frac{1}{3}R_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{2R_2+R_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 7/3 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3) AB alt üçgensel $\Leftrightarrow i < j$ için $(AB)_{ij} = 0$

$i < j$ olsun. Bu durumda, $i, j = 1, 2, \dots, n$ için $A_{ij} = B_{ij} = 0$ olur.

$(AB)_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} B_{kj} = \sum_{k=1}^i A_{ik} \underbrace{B_{kj}}_0 + \sum_{k=i+1}^n A_{ik} B_{kj} = 0$

$\Rightarrow AB$ alt üçgensel matristir.